

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Полякова Дмитрия Михайловича

"Метод подобных операторов в спектральном анализе
линейных операторов",

представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.01 —
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

1. Актуальность. Диссертация посвящена спектральному анализу дифференциальных операторов четвертого порядка и оператора Шрёдингера с негладкими (квадратично суммируемыми) коэффициентами. Эта тематика привлекала значительный интерес многих ведущих специалистов по спектральной теории; можно отметить (в случае операторов четвертого порядка) работы М.А. Наймарка, В.А. Михайлеца, А.В. Баданина, Е.Л. Коротяева, О.А. Велиева и др., а в случае оператора Шрёдингера — Б.С. Митягина и П. Джакова, В.А. Марченко, Э.Ф. Ахмеровой и Х.Х. Муртазина и др. В цитируемых работах применялся, в основном, резольвентный метод и метод асимптотического представления решений. Этими методами, однако, не удастся получить критерии спектральности и оценки отклонений спектральных проекторов возмущенного оператора от проекторов основной части.

В данной работе основным инструментом исследования является метод подобных операторов, восходящий к К. Фридрихсу и значительно усовершенствованный в работах А.Г. Баскакова. Он состоит в построении оператора, подобного данному, имеющего блочно-диагональный вид в базисе из собственных векторов основного оператора, спектральные свойства которого достаточно просто вычисляются. Этот подход позволяет, в частности, значительно уточнить получаемые другими методами асимптотические оценки для собственных чисел оператора.

2. Структура и основные результаты диссертации. Диссертация изложена на 114 страницах, состоит из введения, по существу совпадающего с

авторефератом, четырех глав, разбитых на параграфы, и списка литературы, состоящего из 51 наименования.

В первой главе приводятся основные сведения из спектральной теории операторов, теории однопараметрических полугрупп и описывается общая схема метода подобных операторов.

Во второй главе рассматривается дифференциальный оператор четвертого порядка

$$L_{bc} : D(L_{bc}) \subset L_2[0, 1] \rightarrow L_2[0, 1],$$

который определяется дифференциальным выражением

$$l(y) = y^{IV} - a(t)y'' - b(t)y, \text{ где } a, b \in L_2[0, 1].$$

При этом $D(L_{bc})$ состоит из всех функций $y \in W_2^4[0, 1]$, удовлетворяющих краевым условиям (bc) , которые могут быть периодическими ($(bc) = per : y^{(j)}(0) = y^{(j)}(1)$, $j = 0, 1, 2, 3$), или антипериодическими: ($(bc) = ap : y^{(j)}(0) = -y^{(j)}(1)$, $j = 0, 1, 2, 3$).

Доказано, что оператор L_{bc} имеет компактную резольвенту и получены весьма точные оценки асимптотики собственных значений. Рассмотрены отклонения спектральных проекторов $\tilde{P}(\Omega)$ этого оператора от соответствующих спектральных проекторов $P(\Omega)$ оператора L_{bc}^0 "главной части" оператора. Установлено, что для любого подмножества $\Omega \subset \mathbb{N}$ имеет место оценка:

$$\|\tilde{P}(\Omega) - P(\Omega)\|_2 \leq \text{Const} (\ln k(\Omega))^{1/2} k(\Omega)^{-1},$$

где $k(\Omega)$ — наименьшее число из Ω , а $\|\cdot\|_2$ — норма Гильберта-Шмидта. Также построена аналитическая полугруппа оператора и изучена асимптотика этой полугруппы.

В третьей главе диссертации близкие по духу результаты получены для операторов, соответствующих краевым условиям Дирихле и Неймана-Дирихле. Важным результатом данной главы является доказательство секториальности этих операторов.

Предметом четвертой главы работы является одномерный оператор Шредингера на интервале $[0, \omega]$, порожденный дифференциальным выражением

$-y'' - vy$ и граничными условиями $y(0) = y(\omega) = 0$. На потенциал q наложено лишь условие квадратичной суммируемости. Применяя метод подобия, диссертант доказывает компактность резольвенты, получает очень точную и удобно записываемую асимптотику собственных значений (из которой, в частности, следует спектральность) и оценки отклонений спектральных проекторов (они имеют порядок $k(\Omega)^{-1/2}$).

2. Стил ь изложения и полнота отражения результатов диссертационного исследования в публикациях. Результаты диссертационной работы изложены ясно и подробно. Все представленные результаты являются новыми и строго обоснованными с помощью методов функционального анализа, теории операторов, теории функций. Содержание автореферата правильно отражает основные положения диссертации. Основные результаты диссертации получены самостоятельно, прошли серьезную апробацию и своевременно опубликованы в 10 работах без соавторов, из которых пять опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ (в частности, в журналах такого уровня, как "Алгебра и анализ", "Сибирский математический журнал", "Дифференциальные уравнения"). Сама диссертация является законченной научно-исследовательской работой.

3. Замечания.

1. Как недостаток, можно отметить некоторые опечатки, которых, впрочем, совсем немного. Подробно останавливаться на них не буду.

2. На основании полученных оценок спектральных проекторов было бы неплохо рассмотреть вопрос базисности Рисса собственных и присоединенных функций дифференциального оператора четвертого порядка с периодическими условиями. Указанное замечание можно рассматривать как пожелание для дальнейшего исследования.

В целом считаю работу очень серьезной и глубокой. Её результаты и развитые в ней методы представляют собой существенный вклад в спектральную теорию операторов и могут быть использованы для дальнейшего развития этой области функционального анализа.

Диссертационная работа Полякова Д.М. "Метод подобных операторов в спектральном анализе линейных операторов" представляет законченную научно-исследовательскую работу и удовлетворяет всем требованиям п. 9. Положения о присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Поляков Дмитрий Михайлович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01. — Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

Шульман Виктор Семенович

доктор физико-математических наук, доцент,

профессор кафедры высшей математики,

ФГБОУ ВО "Вологодский государственный университет"

160000, Вологда, ул. Ленина 15.

Тел: +7(172)72-46-45,

E-mail: shulman.victor80@gmail.com



ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ
Менеджер по персоналу
отдела кадров
Управления делами

11.10.2016